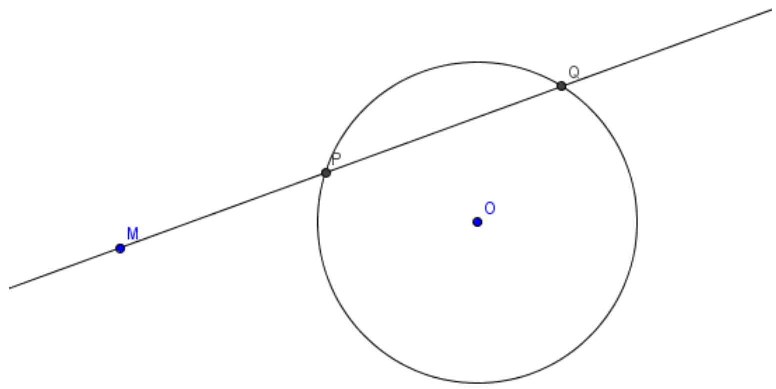

On considère un cercle et un point M à l'extérieur.
On note P et Q les intersections du cercle avec une droite passant par M.
Montrer que $MP.MQ$ est constant (lorsque P et Q varient).

On note $\theta = (\vec{MO}, \vec{MP})$ et on applique Al-Kashi dans le triangle OMP :

$$R^2 = MP^2 + d^2 - 2d\cos\theta MP \qquad (d = OM)$$

En appliquant Al-Kashi dans le triangle OMQ, on remarque que MQ vérifie la même relation. Ainsi MP et MQ sont les racines du polynôme $X^2 - 2d\cos\theta X + d^2 - R^2$. Le produit $MP.MQ$ est donc égal au produit des racines, ie $d^2 - R^2$.

Remarque : on pouvait résoudre cet exercice de manière très astucieuse. Si on note I le milieu de $[PQ]$, on a :

$$MP.MQ = (MI - IP)(MI + IP) = MI^2 - IP^2 = (MI^2 + IO^2) - (IP^2 + IO^2) = d^2 - R^2$$